



## НАЗВА КУРСУ

### Математичний аналіз. Частина 2.

### Диференціальне числення функції кількох дійсних змінних.

### Інтегральне числення функції однієї змінної

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>					
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>					
Спеціальність	<i>122 Комп'ютерні науки</i>					
Освітня програма	<i>Цифрові технології в енергетиці (Digital Technologies in Energy Industry)</i>					
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>					
Форма навчання	<i>заочна</i>					
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, II семестр</i>					
Обсяг дисципліни	<i>165/5,5 кредитів</i>					
		Лекції	Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	СРС
	Години	6	8	0	0	151
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР, РР, ГР (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	+	-	1	1	0	0
Розклад занять	<i>На сайті університету, інституту ІАТЕ</i>					
Мова викладання	<i>Українська</i>					
Інформація про керівника курсу / викладачів	<p>Лектор:  <i>Пилипенко Віта Анатолівна</i>, старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук,  <a href="mailto:v.pylypenko.kpi@gmail.com">v.pylypenko.kpi@gmail.com</a>,  <a href="https://intellect.kpi.ua/profile/pva21">https://intellect.kpi.ua/profile/pva21</a>,                      ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0002-0383-6271">https://orcid.org/0000-0002-0383-6271</a></p> <p>Практичні:  <i>Пилипенко Віта Анатолівна</i>, старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук,  <a href="mailto:v.pylypenko.kpi@gmail.com">v.pylypenko.kpi@gmail.com</a>,  <a href="https://intellect.kpi.ua/profile/pva21">https://intellect.kpi.ua/profile/pva21</a>,                      ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0002-0383-6271">https://orcid.org/0000-0002-0383-6271</a></p>					
Розміщення курсу	Сайт кафедри, Google Class, <a href="https://ecampus.kpi.ua">https://ecampus.kpi.ua</a>					

#### Програма навчальної дисципліни

##### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатності логічного мислення, розвитку їх здібностей та інтелекту; оволодіння основами сучасного математичного апарату, необхідного для розв'язання практичних задач; вміння використовувати методи математичного

аналізу в інженерних розрахунках, моделювати та розв'язувати прикладні інженерні задачі із застосуванням, де це можливо, обчислювальної техніки.

### **Програмні компетентності:**

#### **Загальні компетентності (ЗК)**

ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 6 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 11 Здатність приймати обґрунтовані.

#### **Фахові компетентності (ФК)**

ФК 1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

#### **Програмні результати навчання (ПР)**

ПР 2 Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Вивчається в другому семестрі на базі курсу математичного аналізу 1, повної середньої або середньої професійної освіти. Вивчений матеріал є базою для вивчення курсу математичного аналізу 3.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

1. *Інтегральне числення функцій однієї змінної.* Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл. Невласні інтеграли.
2. *Функції кількох змінних.* Поняття функції кількох змінних. Границя та неперервність. Диференціювання та застосування похідних.
3. *Звичайні диференціальні рівняння.* Звичайні диференціальні рівняння першого порядку. Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків. Системи звичайних диференціальних рівнянь.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Основна література**

1. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: навчальний посібник. — К.: "А.С.К.", 2006. — С. 648. — ISBN 966-539-320-0.
2. Вища математика. Збірник задач: початковий посібник / В. П. Дубовик [та ін.]. — К.: "А.С.К.", 2005. — С. 480. — ISBN 966-319-036-1.
3. Дудкін М. Є., Дюженкова О. Ю., Степахно І. В. Вища математика: підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями. — К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. — С. 449. — URL: [https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/51064/1/Dudkin\\_V\\_matymatyka\\_22.pdf](https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/51064/1/Dudkin_V_matymatyka_22.pdf).
4. Вища математика. Диференціальне числення функцій багатьох змінних [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. А. Пилипенко, Є. В. Массалітіна. — Електронні текстові дані (1 файл: 1,71 Кбайт). — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. — 62 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46038>
5. Вища математика. Диференціальні рівняння. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Є. В. Массалітіна, В. А. Пилипенко. — Електронні текстові дані (1 файл: 1,43 Кбайт). — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. — 36 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46041>

6. Збірник завдань з вищої математики. Частина 1 / за ред. В. М. Владіміров, О. А. Пучков, М. В. Шмигевський. — К.: Політехніка, 2003.
7. Збірник завдань з вищої математики. Частина 2 / за ред. В. М. Владіміров, О. А. Пучков, М. В. Шмигевський. — К.: Політехніка, 2003.

### Додаткова література

1. Дудкін М. Є., Дюженкова О. Ю., Степахно І. В. Вища математика. Практикум: навчальний посібник. — К.: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2021. — С. 409. — URL: [https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/47504/1/Vyshcha%20matematyka\\_Praktykum.pdf](https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/47504/1/Vyshcha%20matematyka_Praktykum.pdf).
2. Шкліть М. І. Математичний аналіз : у двох частинах. Т. 1. — 3-е вид. — К.: Вища школа, 2005. — С. 447. — ISBN 966-642-284-0.
3. Герасимчук В. С., Васильченко Г. С., Кравцов В. І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: Невизначений, визначений та невластні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі. — К.: Книги України ЛТД, 2010. — С. 470. — ISBN 978-966-2331-05-9

Основну та додаткову література можна знайти в мережі інтернет, в науково-технічній бібліотеці ім. Г. І. Денисенка, а також *в електронних ресурсах у відповідному Google class.*

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

*На лекційних заняттях* – конспект (електронний варіант) лекції, постановка проблеми, мотивація і аргументація матеріалу, пояснення, приклади для ілюстрації теоретичних понять.

#### Перелік лекцій

#### *Тема 1. Інтегральне числення функції однієї змінної*

##### *Лекція 1.*

Невизначений інтеграл, означення та властивості. Таблиця інтегралів. Заміна змінної та інтегрування частинами невизначеного інтегралу. Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій. Визначений інтеграл, формула Ньютона - Лейбніца Заміна змінної та інтегрування частинами визначеного інтегралу. Площа плоскої фігури в декартових координатах. Довжина плоскої дуги, заданої в декартових координатах, параметричними рівняннями та в полярній системі координат. Невласні інтеграли першого і другого роду.

#### *Тема 2. Функції кількох змінних*

##### *Лекція 2.*

Функція двох змінних, область визначення, геометричний зміст. Частинні похідні першого порядку, диференційовність функції кількох змінних. Повний диференціал та його використання у наближених обчисленнях. Похідна складеної функції. Дотична площина та нормаль до поверхні. Геометричне тлумачення повного диференціала функції двох змінних. Неявна функція. Похідні вищих порядків, мішані похідні. Диференціали вищих порядків. Екстремум функції кількох змінних. Найбільше та найменше значення функції, неперервної в обмеженій замкненій області.

#### *Тема 3. Звичайні диференціальні рівняння*

##### *Лекція 3.*

Задачі, які приводять до диференціальних рівнянь. Задача Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Диференціальні рівняння першого порядку однорідні відносно змінних. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. Типи диференціальних рівнянь вищого порядку, які допускають пониження порядку. Лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами, характеристичне рівняння, побудова загального розв'язку. Знаходження частинних розв'язків ЛНДУ з сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Метод варіації довільної сталої. Системи звичайних диференціальних рівнянь.

**На практичних заняттях** – типові завдання і задачі підвищеної складності, які дають змогу засвоїти основні математичні поняття та їх властивості, виробити вміння використовувати матеріал для самостійного розв’язування задач.

### **Перелік (орієнтовний) практичних занять**

#### **Тема 1. Інтегральне числення функції однієї змінної**

##### **Практичне заняття 1.**

Обчислення невизначених інтегралів за таблицею. Заміна змінної та інтегрування частинами невизначеного інтегралу. Інтегрування раціональних дробів. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції. Інтегрування деяких ірраціональних функцій.

##### **Практичне заняття 2.**

Визначений інтеграл. Формула Ньютона - Лейбніца. Заміна змінної та інтегрування частинами визначеного інтегралу. Обчислення площ плоских фігур та об’ємів тіл. Обчислення довжини дуги кривої. Площа поверхні обертання. Невласні інтеграли першого і другого роду.

*Розрахункова робота.*

#### **Тема 2. Функції кількох змінних**

##### **Практичне заняття 3.**

Функції багатьох змінних, область визначення, границя, неперервність. Частинні похідні та повний диференціал. Похідна складної та неявної функції багатьох змінних. Дотична площина та нормаль до поверхні. Похідні вищих порядків, мішані похідні. Диференціали вищих порядків. Екстремум функції кількох змінних.

#### **Тема 3. Звичайні диференціальні рівняння**

##### **Практичне заняття 4.**

Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Диференціальні рівняння однорідні відносно змінних. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами, характеристичне рівняння, побудова загального розв’язку. Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Метод варіації довільної сталої.

*Модульна контрольна робота.*

### **6. Самостійна робота студента**

**Види самостійної роботи** – опрацювання лекційного матеріалу, розв’язування практичних завдань, виконання розрахункової роботи.

## **Політика та контроль**

### **7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

Заняття проводяться онлайн згідно розкладу. Відвідування занять не є обов’язковим, проте студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки робота протягом семестру в групі з викладачем є більш якісною, крім того студент може отримати відповідь у викладача на питання під час заняття та розвинути потрібні уміння й навички, що передбачені в глобальному розумінні вивчення курсу «Аналітична геометрія та лінійна алгебра», та є основною метою навчання в цілому. Якщо студент не відвідує заняття, але завдання виконує, викладач може провести усну співбесіду, щоб уникнути порушення академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3).

Співпраця студентів у розв’язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час заліку категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Для покращення зв'язку студента та викладача всі лекційні матеріали та матеріали практичних занять (PDF файли та відео-запис лекцій і практичних занять) розміщуються в GoogleClass.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

**Поточний контроль:** експрес-опитування на заняттях, написання МКР і РР.

**Семестровий контроль:** екзамен.

### Рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

**Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів: семестровий рейтинг (60 балів) та екзаменаційний рейтинг (40 балів).**

**1. Семестровий рейтинг** (протягом семестру) складається з 60 балів, які студент отримує на практичних заняттях, розподілення балів відбувається за баченням викладача з практики.

Види робіт для оцінювання балами:

- виконання модульної контрольної роботи, яка може бути поділена на частини за основними розділами курсу (на думку викладача). Бали між частинами модульної контрольної роботи розподіляються в залежності від кількості та складності завдань (на думку викладача).
- виконання розрахункової роботи, яка може бути поділена на частини за основними розділами курсу (на думку викладача).

Студент повинен здати розрахункову роботу не пізніше ніж за тиждень до екзамену, щоб викладач зміг перевірити цю роботу. Якщо студент не виконує цю вимогу, то він до екзамену не допущений.

*Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:*

- «відмінно» – повна відповідь (не менше 95% потрібної інформації);
- «добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;
- «задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;
- «незадовільно» – немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

**2. Екзамен.** Екзаменаційний рейтинг – 40 балів.

**Умови допуску до екзамену:** мінімальна позитивна оцінка за МКР, зарахування розрахункової роботи, семестровий рейтинг не менше 36 балів.

Якщо студент отримав допуск до екзамену, то йому пропонується оцінка. У випадку, якщо студент не погоджується із запропонованою оцінкою, то він пише екзаменаційну роботу.

Екзаменаційна робота складається з 2 теоретичних запитань та 2 практичних завдань. Всі завдання оцінюються по 10 балів. Екзамен відбувається усно в режимі відеозв'язку згідно з розкладом. Для більш об'єктивної оцінки рівня підготовки студента екзаменаторові надається право задавати додаткові питання в межах навчальної програми.

**Перелік теоретичних запитань, що виносяться на екзамен:**

Невизначений інтеграл

- 1) Невизначений інтеграл: означення і основні властивості.
- 2) Інтегрування за частинами у невизначеному інтегралі.
- 3) Заміна змінної в невизначеному інтегралі.
- 4) Інтегрування простих алгебраїчних дробів перших трьох типів.
- 5) Інтегрування простого алгебраїчного дроби четвертого типу. Вивід рекурентної формули.
- 6) Інтегрування функцій, раціональних відносно синуса і косинуса, за допомогою універсальної тригонометричної підстановки.
- 7) Інтегрування функцій, раціональних відносно синуса та косинуса і непарних відносно синуса (косинуса).
- 8) Інтегрування функцій, раціональних відносно синуса та косинуса і парних відносно них.
- 9) Інтегрування функцій, раціональних відносно  $x$  і  $\sqrt{a^2 + x^2}$ , за допомогою тригонометричної підстановки.

- 10) Інтегрування функцій, раціональних відносно  $x$  і  $\sqrt{a^2 - x^2}$ , за допомогою тригонометричної підстановки.
- 11) Інтегрування функцій, раціональних відносно  $x$  і  $\sqrt{x^2 - a^2}$ , за допомогою тригонометричної підстановки.
- 12) Інтегрування виразів, які містять квадратний тричлен під знаком кореня.
- 13) Інтегрування функцій, раціональних відносно аргументу і кореня з дробово-лінійної функції.
- 14) Інтегрування біноміальних диференціалів (перший і другий випадок). Теорема П.Л. Чебишева.
- 15) Інтегрування біноміальних диференціалів (третій випадок). Теорема П.Л. Чебишева.

#### Визначений інтеграл

- 1) Задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла.
- 2) Означення визначеного інтеграла, його геометричний і фізичний зміст, теорема існування.
- 3) Основні властивості визначеного інтеграла.
- 4) Інтеграл із змінною верхньою межею. Теорема Барроу.
- 5) Основна формула інтегрального числення (формула Ньютона-Лейбніца).
- 6) Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Рекурентна формула.
- 7) Заміна змінної у визначеному інтегралі.
- 8) Обчислення площ плоских фігур в декартових координатах.
- 9) Обчислення площі криволінійного сектора.
- 10) Обчислення довжин дуг кривих.
- 11) Обчислення об'ємів тіл.
- 12) Обчислення площ поверхонь обертання.

#### Диференціальне числення функції багатьох змінних

- 1) Поняття функції декількох змінних. Область визначення функції.
- 2) Частинні похідні першого порядку.
- 3) Диференціювання функції декількох змінних. Необхідна умова диференціювання. Достатні умови диференціювання функції декількох змінних.
- 4) Повний приріст і повний диференціал. Застосування диференціала до наближених обчислень.
- 5) Частинні похідні вищих порядків. Мішані похідні. Теорема про мішані похідні.
- 6) Диференціювання складних функцій. Повна похідна. Неявні функції і їх диференціювання.
- 7) Екстремум функцій декількох змінних. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремуму функції.
- 8) Рівняння дотичної площини та нормалі.

#### Звичайні диференціальні рівняння

- 1) Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, означення, знаходження загального розв'язку.
- 2) Диференціальні рівняння 1-го порядку однорідні відносно змінних, означення, знаходження загального розв'язку.
- 3) Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку, означення, знаходження загального розв'язку методом Бернуллі.
- 4) Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку, означення, знаходження загального розв'язку методом Лагранжа.
- 5) Рівняння Бернуллі, означення, знаходження загального розв'язку
- 6) Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку.
- 7) Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку.
- 8) Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння дійсні різні).
- 9) Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння дійсні рівні).
- 10) Знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку з постійними коефіцієнтами (корені характеристичного рівняння комплексно спряжені).
- 11) Загальні властивості розв'язків лінійного диференціального рівняння.
- 12) Формула Остроградського-Ліувілля.

13) Метод варіації довільних сталих для лінійного диференціального рівняння 2-го порядку.

*Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:*

- 10 балів – повна відповідь, теоретичне запитання з повним доведенням теорем та властивостей, практичне – з наведенням потрібних формул, повним поясненням, якщо потрібно малюнками (не менше 95% потрібної інформації);
- 8-9 балів – достатньо повна відповідь (не менше 80% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;
- 6-7 балів – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;
- 4-5 балів – більш неповна відповідь та значні помилки;
- 0-3 балів – немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

Бали, набрані на екзамені, додаються до балів стартового рейтингу і, згідно приведеної таблиці, виставляється підсумкова оцінка.

**Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:**

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

### **9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)**

Передбачається можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних курсів за відповідною тематикою.

#### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) складено:**

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук,  
*Єршоміна Тетяна Олександрівна*

старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук *Козак Валентина Іванівна*

асистент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук  
*Осауленко Роман Юрійович*

старший викладач кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук *Пилипенко Віта Анатоліївна*

**Ухвалено** кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 11 від 22.06.2023)

**Погоджено** Методичною комісією факультету ІАТЕ (протокол № 9 від 26.05.2023)